



# Řízení projektů

Konstrukce síťového grafu pro řízení projektů

Metoda CPM

Metoda PERT

# Úvod – základní pojmy

**Projekt** – souhrn činností, které musí být všechny realizovány, aby byl projekt dokončen

**Činnost** – reálná aktivita, která je popsána různými charakteristikami

- Doba trvání činnosti
- Náklady na její provedení
- Potřebné zdroje pro realizaci činnosti (personální, materiálové, technické, apod.)
- Vztah k ostatním činnostem (návaznosti při provádění)

# Časová analýza

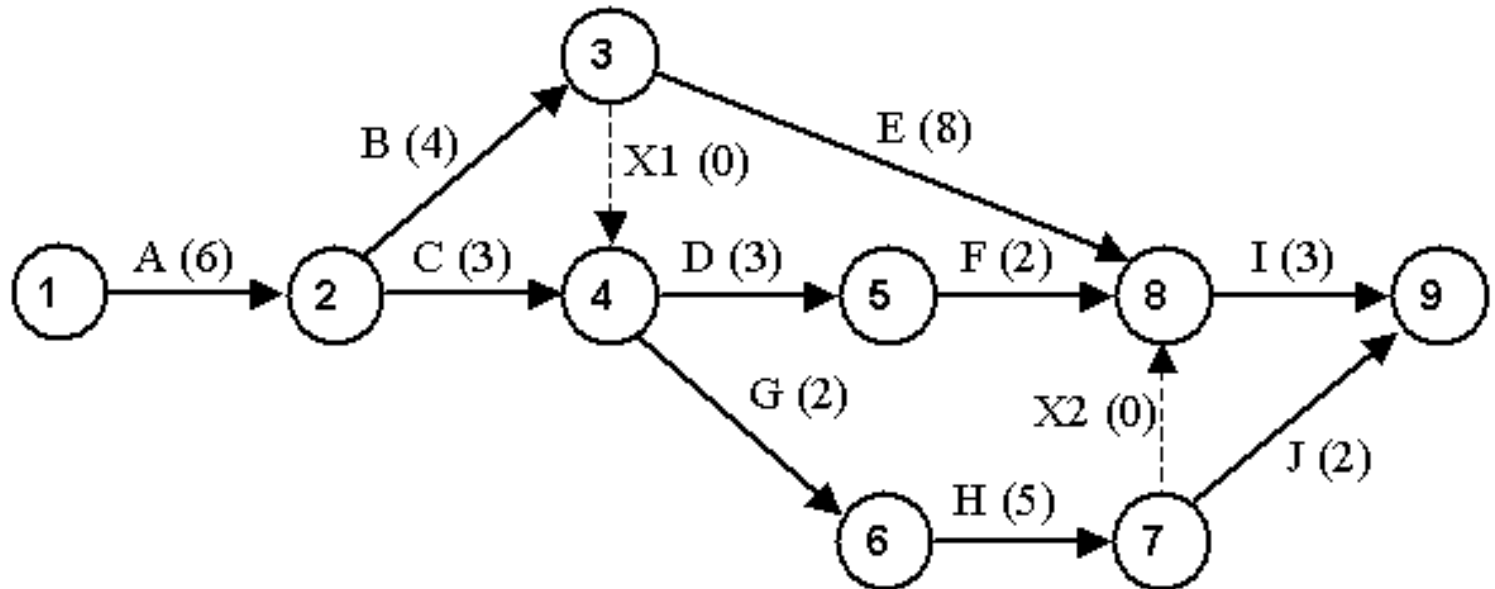
Při konkrétní analýze nějakého projektu je třeba:

- Rozčlenit projekt na jednotlivé činnosti.
- Odhadnout dobu trvání, případně náklady na realizaci jednotlivých činností.
- Definovat časovou návaznost provádění jednotlivých činností, tzn. určit, které činnosti musí být dokončeny před zahájením provádění ostatních činností.
- Na základě informací z předcházejících kroků sestavit síťový graf (hrany grafu = činnosti, jejich ohodnocení = doba trvání činností, uzly grafu = zahájení/dokončení činností, které z uzlu vycházejí/v uzlu končí)

# Časová analýza - příklad

Činnost	Popis činnosti	Doba trvání [týdny]	Předchozí činnosti
A	výběr a nákup objektu	6	žádná
B	zpracování projektu	4	A
C	obsazení pozice manažera	3	A
D	výběr personálu	3	B, C
E	rekonstrukce a vybavení objektu	8	B
F	školení personálu	2	D
G	výběr sortimentu zboží	2	B, C
H	uzavření smluv s dodavateli	5	G
I	nákup zboží	3	E, F, H
J	reklama	2	H

Činnost	Popis činnosti	Doba trvání [týdny]	Předchozí činnosti
A	výběr a nákup objektu	6	žádná
B	zpracování projektu	4	A
C	obsazení pozice manažera	3	A
D	výběr personálu	3	B, C
E	rekonstrukce a vybavení objektu	8	B
F	školení personálu	2	D
G	výběr sortimentu zboží	2	B, C
H	uzavření smluv s dodavateli	5	G
I	nákup zboží	3	E, F, H
J	reklama	2	H



# Metoda CPM – Critical Path Method

Metoda CPM - pro každou činnost odvozuje 4 časové charakteristiky:

- 1. Nejdříve možný začátek provádění činnosti** je časová charakteristika, která vychází z toho, že činnost nemůže začít dříve než skončí všechny činnosti, které ji předcházejí. Všechny činnosti, vycházející z uzlu  $u_i$ , mají stejný *nejdříve možný začátek* -  $t_i^0$ .
- 2. Nejdříve možný konec provádění činnosti** je dán jako součet nejdříve možného začátku a doby trvání činnosti. Pro činnost, která je reprezentována hranou  $h_{ij}$ , je tedy *nejdříve možný konec* dán vztahem  $t_i^0 + y_{ij}$ , kde  $y_{ij}$  je doba trvání této činnosti.
- 3. Nejpozději přípustný konec provádění činnosti** je charakteristika, která udává okamžik, kdy musí nejpozději činnost skončit, aby nedošlo ke skluzu v provádění navazujících činností. Všechny činnosti, které končí v uzlu  $u_j$ , mají stejný *nejpozději přípustný konec* -  $t_j^1$ .
- 4. Nejpozději přípustný začátek provádění činnosti** bude potom rozdíl nejpozději přípustného konce a doby trvání této činnosti. Pro činnost, vyjádřenou hranou  $h_{ij}$ , bude tedy *nejpozději přípustný začátek* určen vztahem  $t_j^1 - y_{ij}$ .

# Metoda CPM – I. fáze

## I. fáze - výpočet nejdříve možných začátků a konců provádění činností.

Nejdříve možný začátek provádění činností, které začínají v uzlu  $u_j$  je roven maximu z nejdříve možných konců činností, které do uzlu  $u_j$  vstupují.

Vyjádřeno pomocí vzorce:

$$t_j^0 = \max_i (t_i^0 + y_{ij})$$

Postup:

1. Nejdříve možný začátek provádění činností vycházejících ze vstupního uzlu sítě  $u_1$  je nastaven na nulu (počátek časové osy) -  $t_1^0 = 0$ .
2. V jednotlivých iteracích se postupně vypočte podle výše uvedeného vztahu nejdříve možný začátek činností, které vycházejí z uzlů  $u_2, u_3, \dots, u_n$ , kde  $n$  je index výstupního uzlu sítě.
3. Označíme si symbolem  $T$  nejdříve možný začátek provádění činností pro výstupní uzel sítě, tzn.  $T = t_n^0$ . Hodnota  $T$  představuje **nejkratší možnou dobu**, ve které lze celý projekt realizovat. Současně se však jedná o ohodnocení nejdelší cesty v síti mezi vstupním a výstupním uzlem.

# Metoda CPM – II. fáze

**II. fáze** - nejpozději přípustné začátky a konce provádění činností.

Nejpozději přípustný konec provádění činností, které končí v uzlu  $u_i$  je roven minimu z nejpozději přípustných začátků činností, které z uzlu  $u_i$  vystupují. Vyjádřeno pomocí vzorce:

$$t_i^1 = \min_j (t_j^1 - y_{ij})$$

1. Za nejpozději přípustný konec provádění činností, které končí ve výstupním uzlu sítě  $u_n$  je dosazena hodnota  $T_{pl} \geq T$  ( $t_n^1 = T_{pl}$ ).
2. V jednotlivých iteracích je postupně vypočten podle výše uvedeného pravidla nejpozději přípustný konec činností, které končí v uzlech  $u_{n-1}, u_{n-2}, \dots, u_1$ .
3. Lze provést částečnou kontrolu správnosti výpočtu - hodnota  $t_1^1$  vypočtená v poslední iteraci předcházejícího kroku musí vyjít rovna  $T_{pl} - T$ .



# Metoda CPM – III. fáze

## III. fáze – výpočet celkových časových rezerv

Celková časová rezerva je rozdíl mezi nejpozději přípustným koncem, nejdříve možným začátkem a dobou trvání činnosti.

Vyjádřeno pomocí vzorce:

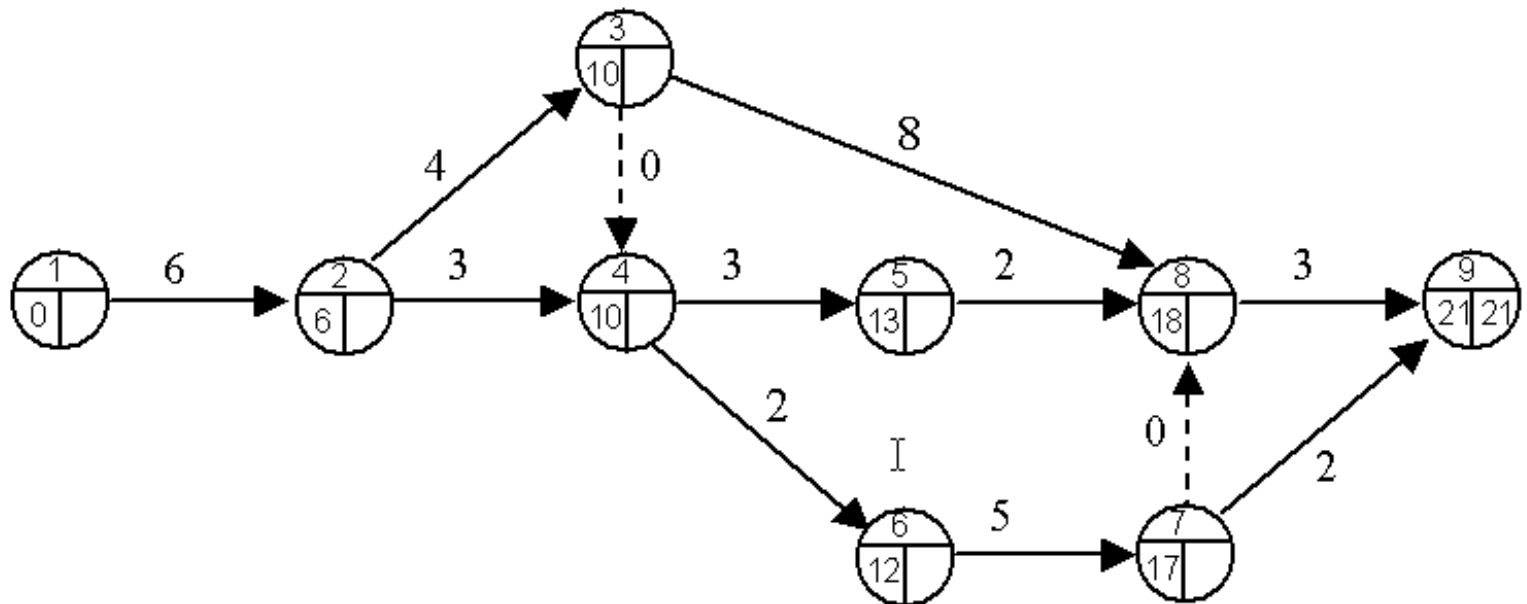
$$CR_{ij} = t_j^1 - t_i^0 - y_{ij}$$

**Kritické činnosti jsou činnosti s minimální (nulovou) hodnotou celkové časové rezervy –  $CR_{ij} = T_{pl} - T$**

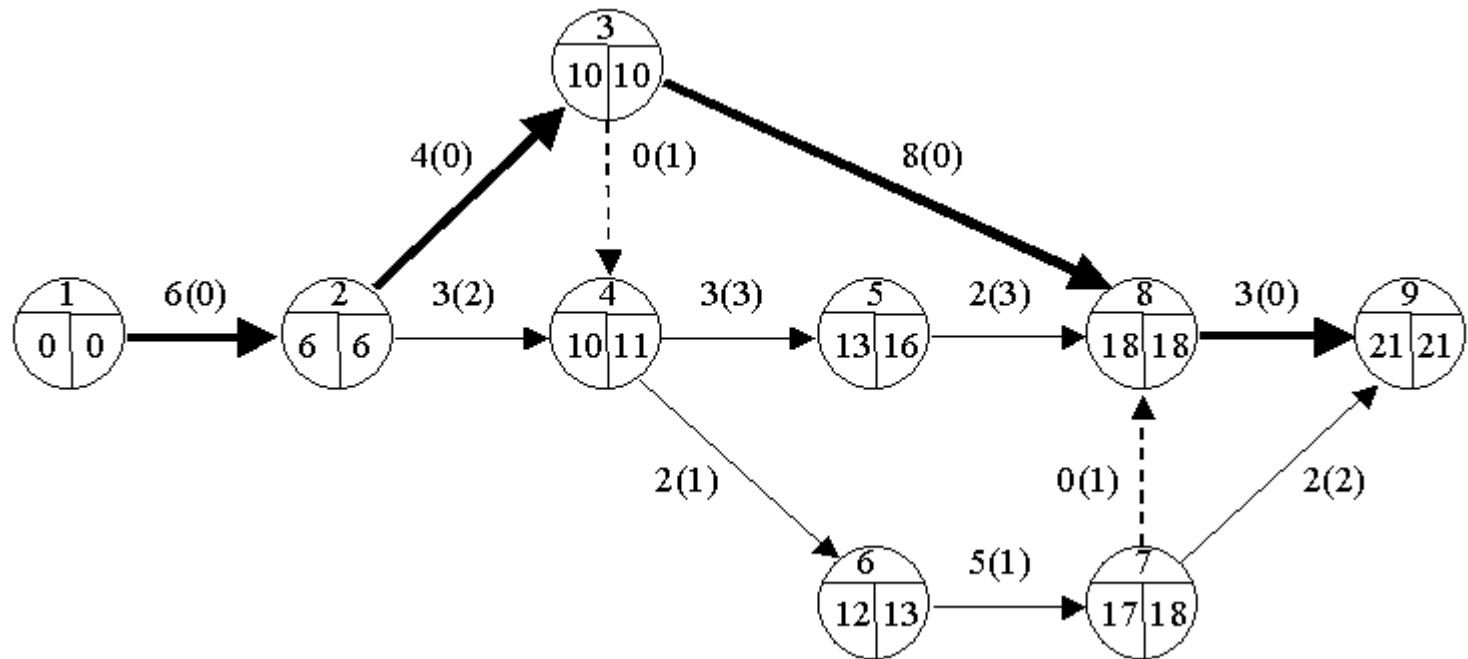
## IV. fáze – rozvrhování činností

viz příklad dále

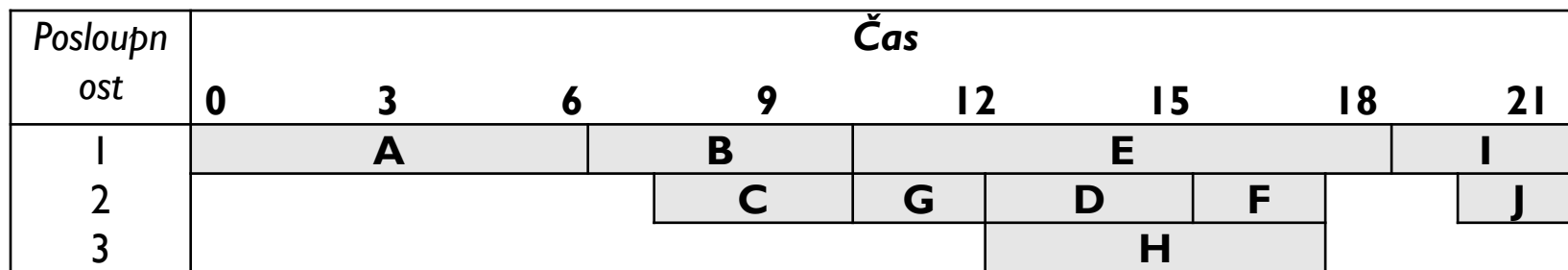
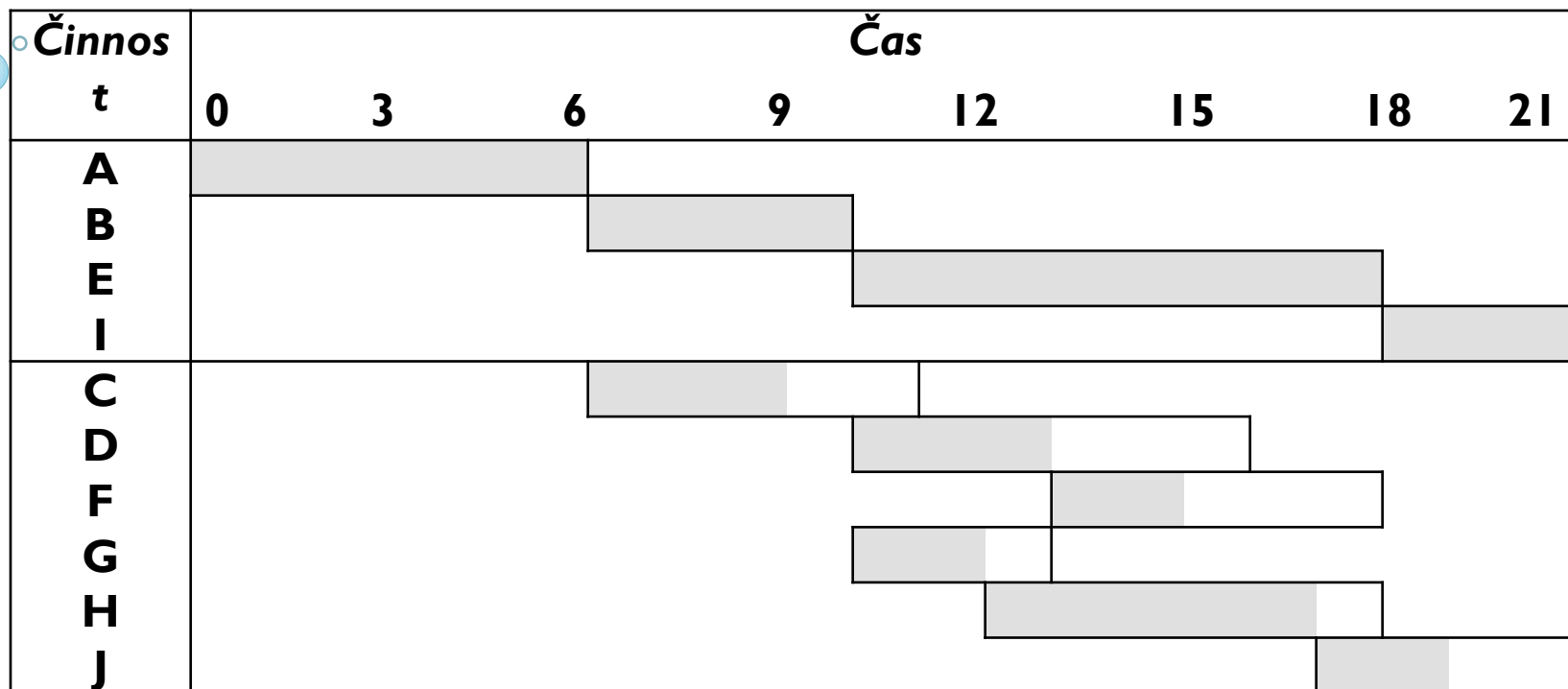
# Metoda CPM – výpočet (I. f.)



# Metoda CPM – výpočet (II., III. f)



# Metoda CPM – IV. fáze



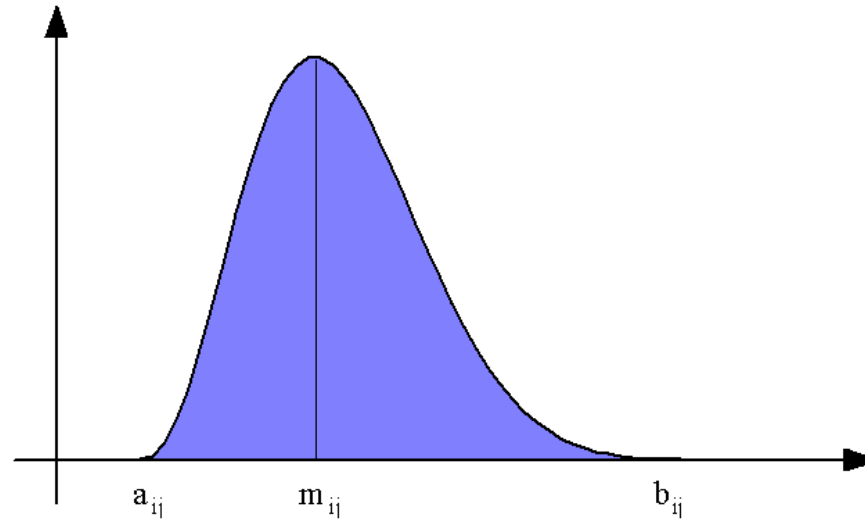
# Metoda PERT – Program Evaluation and Review Technique

- ° Metoda CPM je **deterministická** (předpokládá, že předem známe doby trvání činností)

Metoda PERT je **stochastická** (pravděpodobnostní) - doby trvání činností jsou náhodné veličiny. Pro každou činnost se definují 3 časové charakteristiky:

$a_{ij}$  - nejkratší předpokládanou dobu trvání činnosti - tato charakteristika se označuje jako **optimistický odhad**,  
 $b_{ij}$  - nejdelší uvažovanou dobu trvání činnosti - tato charakteristika se označuje jako **pesimistický odhad**,  
 $m_{ij}$  - nejpravděpodobnější dobu realizace činnosti - tato charakteristika se označuje jako **modální (normální) odhad**.

# Metoda PERT – Program Evaluation and Review Technique



Střední hodnota:

$$\mu_{ij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6},$$

Směrodatná odchylka a rozptyl:

$$\sigma_{ij} = \frac{b_{ij} - a_{ij}}{6} \quad \sigma^2_{ij} = \frac{(b_{ij} - a_{ij})^2}{36}$$

# Metoda PERT – Program Evaluation and Review Technique

1. Vypočte se kritická cesta stejným způsobem jako u metody CPM s tím, že se pracuje místo deterministických hodnot  $y_{ij}$  se středními hodnotami  $\mu_{ij}$ .
2. Délka kritické cesty  $M$  je součtem středních dob kritických činností.
3. Rozptyl délky kritické cesty  $\sigma_{KC}^2$  je součtem rozptylů kritických činností. Směrodatná odchylka  $\sigma_{KC}$  je odmocnina tohoto rozptylu.

Za jistých předpokladů má délka kritické cesty (dobra trvání projektu) normální rozdělení se střední hodnotou  $M$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma_{KC}$ , tj.  $N(M, \sigma_{KC})$ .

# Metoda PERT – Program Evaluation and Review Technique

Jestliže má délka kritické cesty rozdělení  $N(M, \sigma_{KC})$ , potom lze ešit následující dvě úlohy:

## **I. Jaká je pst., že projekt bude ukončený v čase $T_S$ ?**

Jedná se o hodnotu distribuční funkce rozdělení  $N(M, \sigma_{KC})$  v bodě  $T_S$ . Vzhledem k tomu, že v tabulkách lze najít pouze hodnoty distribuční funkce standardizovaného normálního rozdělení  $N(0, 1)$ , jedná se po transformaci na toto rozdělení o hodnotu jeho distribuční funkce v bodě

$$z = \frac{T_S - M}{\sigma_{KC}}$$



# Metoda PERT – Program Evaluation and Review Technique

## 2. V jakém čase $T_S$ bude projekt ukončen se stanovenou pravděpodobností $p$ ?

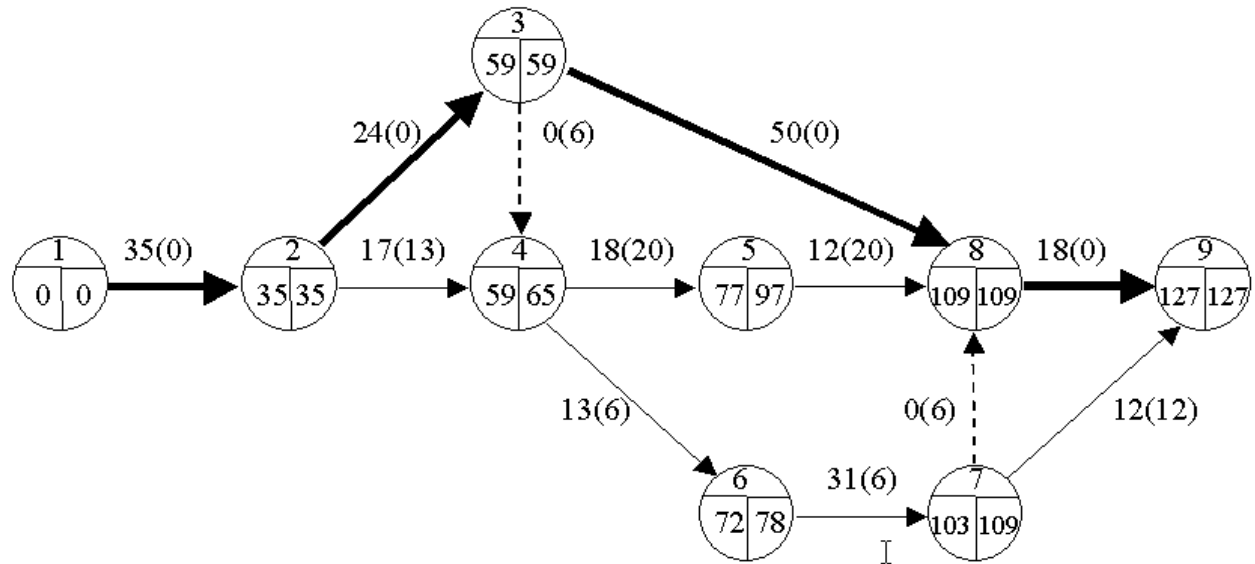
V tomto případě stačí z tabulek rozdělení  $N(0,1)$  určit, jaká hodnota  $z_p$  odpovídá zadané pravděpodobnosti  $p$  a potom hledaný časový údaj vypočítat jako

$$T_S = M + z_p \sigma_{KC} .$$

# Metoda PERT – příklad

činnost (hrana)	odhad doby trvání			střední doba	směrod. odch.	rozptyl
	optimist.	modální	pesimist.			
$h_{ij}$	$a_{ij}$	$m_{ij}$	$b_{ij}$	$\mu_{ij}$	$\sigma_{ij}$	$\sigma^2_{ij}$
$h_{12}$	3	6	8	35/6	5/6	25/36
$h_{23}$	3	4	5	24/6	2/6	4/36
$h_{24}$	1	3	4	17/6	3/6	9/36
$h_{34}$	0	0	0	0	0	0
$h_{38}$	6	8	12	50/6	6/6	36/36
$h_{45}$	2	3	4	18/6	2/6	4/36
$h_{46}$	2	2	3	13/6	1/6	1/36
$h_{58}$	2	2	2	12/6	0	0
$h_{67}$	3	5	8	31/6	5/6	25/36
$h_{78}$	0	0	0	0	0	0
$h_{79}$	2	2	2	12/6	0	0
$h_{89}$	2	3	4	18/6	2/6	4/36

# Metoda PERT – příklad



Střední doba trvání celého projektu je

$$M = 35/6 + 24/6 + 50/6 + 18/6 = 21.167 \text{ týdne.}$$

Rozptyl doby trvání celého projektu je

$$\sigma_{KC}^2 = (5/6)^2 + (2/6)^2 + (6/6)^2 + (2/6)^2 = 69/36 = 1.9167$$

Směrodatná odchylka je

$$\sigma_{KC} = \sqrt{1.9167} = 1.3844$$

# Metoda PERT – příklad

1. S jakou pravděpodobností bude projekt dokončený nejpozději do 22. týdne?

$$z = (22 - 21.167) / 1.3844 = 0.602 .$$

Z tabulek je potom příslušná pravděpodobnost 0.726.

2. V jakém čase bude projekt dokončený s pravděpodobností 0.95?

$$T_{0.95} = 21.167 + 1.645(1.3844) = 23.44 .$$